

Analysis-CAS : Glukose

1 Glukose - Aufgaben

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = -\frac{1}{10^6}x^4 + \frac{4}{9375}x^3 - \frac{13}{250}x^2 + \frac{8}{5}x + 140$$

mit dem Definitionsbereich \mathbb{R} .

1. Punktbestimmung

- (a) Berechnen Sie die Koordinaten der Extrempunkte des Graphen f und bestimmen Sie die Art der Extrempunkte.

[Zur Kontrolle: Die Extremstellen sind 20, 100 und 200.]

(5 P)

- (b) Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen f mit der y -Achse an. Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass f genau zwei Nullstellen hat.

(4 P)

- (c) Für $50 < x < 130$ gibt es ein paar von x -Werten, die sich um 60 unterscheiden und für die die zugehörigen Funktionswerte übereinstimmen. Bestimmen Sie dieses Paar von x -Werten und geben Sie den zugehörigen Funktionswert an.

(4 P)

[Lösung für TI-Nspire CX](#)

[Lösung für Classpad](#)

Hinweis:

Mit gleichzeitigem Drücken von `Strg` und `Lösung` bzw. `Ctrl` und `Lösung` wird die Lösung in einem neuen Tab angezeigt.

2. Fläche

Der Graph von f schließt mit den Koordinatenachsen und der Geraden mit der Gleichung $x = 240$ ein Flächenstück ein.

- (a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden, die parallel zur y -Achse verläuft und dieses Flächenstück halbiert.

(4 P)

Für jedes x mit $0 < 240$ ist durch $A(0|0)$, $B_x(x|0)$ und $C_x(x|f(x))$ ein Dreieck AB_xC_x gegeben.

Ferner ist die Funktion d mit

$$d(x) = \frac{1}{2}x \cdot f(x)$$

gegeben. Die Gleichung $d'(x) = 0$ hat genau eine Lösung u mit $0 < u < 240$.

(b) Berechnen Sie $d(u)$.

(2 P)

(c) Erläutern Sie die geometrische Bedeutung der Funktionswerte $d(x)$.
Untersuchen Sie die besondere Bedeutung des Wertes $d(u)$ in diesem Zusammenhang.

(4 P)

Lösung für TI-Nspire CX

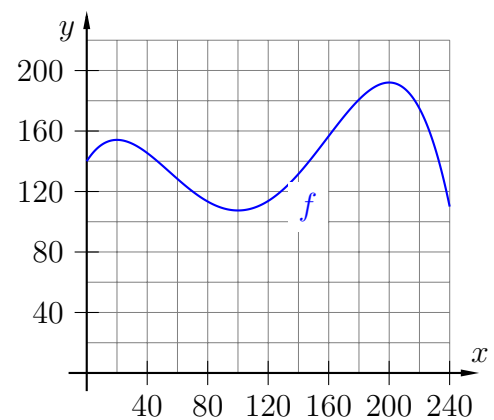
Lösung für Classpad

3. Glukosewerte

Diabetespatientinnen und -patienten haben die Möglichkeit, mithilfe sogenannter CGM-Geräte ihren Glukosewert, d. h. die Glukosekonzentration im Blut, ständig zu messen. Die oben gegebene Funktion f beschreibt für $0 \leq x \leq 240$ modellhaft die Entwicklung des Glukosewertes des Patienten.

Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Minuten und $f(x)$ der Glukosewert in Milligramm pro Deziliter ($\frac{mg}{dl}$).

Die Abbildung zeigt den Graphen von f .



(a) Hohe Glukosewerte über längere Zeit gelten als Risikofaktor.
Ermitteln Sie anhand der Grafik für den betrachteten Zeitraum, wie lange Glukose über $170 \left(\frac{mg}{dl}\right)$ gemessen werden kann.

(3 P)

(b) Berechnen Sie für $0 \leq x \leq 240$ denjenigen Zeitpunkt, zu dem der Glukosewert am stärksten ansteigt.

(4 P)

- (c) Ermitteln Sie rechnerisch für $0 \leq x \leq 240$, wie lange die momentane Änderungsrate des Glukosewerts insgesamt zwischen $-0,3 \frac{mg}{dt}$ pro Minute und $0,3 \frac{mg}{dt}$ pro Minute lag.

(4 P)

[Lösung für TI-Nspire CX](#)[Lösung für Classpad](#)

4. Funktionenschar

Zum Zeitpunkt 240 Minuten nach Beobachtungsbeginn nimmt der Patient Traubenzucker zu sich. Die anschließende Entwicklung des Glukosewerts soll im Modell mithilfe einer Funktion g beschrieben werden, die folgende Bedingung erfüllt:

Die beiden Werte, die das Modell zum Zeitpunkt 240 Minuten nach Beobachtungsbeginn für den Glukosewert und für dessen momentane Änderungsrate liefert, sollen unabhängig davon sein, ob sie mithilfe der Funktion f oder mithilfe der Funktion g ermittelt werden.

Zur Bestimmung eines Funktionsterms von g sollen zunächst die in \mathbb{R} definierten Funktionen h_k mit

$$h_k(x) = 50 - 50 \cdot (k \cdot x + 1)^2 \cdot e^{-k \cdot x} \quad \text{mit } k > 0$$

betrachtet werden.

- (a) Bestimmen Sie den Wert von k so, dass die momentane Änderungsrate, die sich unter Verwendung von h_k für den Zeitpunkt 0 ergibt, mit der momentanen Änderungsrate übereinstimmt, die für f für den Zeitpunkt 240 Minuten nach Beobachtungsbeginn liefert.
- (b) Die für die Funktion g angegebene Bedingung lässt sich erfüllen, wenn der Graph von g durch eine geeignete Verschiebung aus dem Graphen von h_k für $k = \frac{308}{3125}$ hervorgeht. Beschreiben Sie diese Verschiebung und geben Sie einen Funktionsterm von g an.

(2 P)

(4 P)

[Lösung für TI-Nspire CX](#)[Lösung für Classpad](#)